

Intersezioni di una retta con una parabola

1

Si mettono a sistema le due equazioni.

Il sistema è di 2° grado e può avere 0, 1, 2 soluzioni.

- Se non ci sono soluzioni retta e parabola sono *esterne*
- Se c'è una sola soluzione sono *tangenti*
- Se ci sono due soluzioni sono *secanti*

Esempi

Determina la posizione reciproca della parabola γ e della retta r :

$$1) \quad \gamma) \quad y = -2x^2 + 3x + 1 \quad r) \quad y = -x + 7$$

$$\begin{cases} y = -2x^2 + 3x + 1 \\ y = -x + 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x^2 + 3x + 1 = -x + 7 \\ \quad \quad \quad \parallel \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2 - 4x + 6 = 0 \\ \quad \quad \quad \parallel \end{cases}$$

$$x^2 - 2x + 3 = 0, \quad \Delta = 4 - 12 = -8 < 0$$

(2)

Il sistema non ha soluzioni, parabola e retta sono esterne.

$$2) \quad r) \quad y = \frac{1}{3}x^2 - x + 2 \quad r) \quad x - 3y + 2 = 0$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x^2 - x + 2 \\ x - 3y + 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} // \\ x - 3\left(\frac{1}{3}x^2 - x + 2\right) + 2 = 0 \end{cases}$$

$$x - x^2 + 3x - 6 + 2 = 0,$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0, \quad (x - 2)^2 = 0, \quad x = 2$$

Il sistema ha una sola soluzione, quindi retta e parabola sono tangenti.

Per determinare il punto di tangenza si risolve il sistema:

$x = 2$, dall'equazione della retta, sostituendo, $2 - 3y + 2 = 0$, $y = \frac{4}{3}$.

Il punto di tangenza è $P\left(2, \frac{4}{3}\right)$.

$$2) \quad \gamma) \quad x = y^2 - 2y - 1 \quad \alpha) \quad 2x - 3y - 2 = 0 \quad (3)$$

$$\begin{cases} x = y^2 - 2y - 1 \\ 2x - 3y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} 2(y^2 - 2y - 1) - 3y - 2 &= 0 \\ 2y^2 - 4y - 2 - 3y - 2 &= 0 \end{aligned}$$

$$2y^2 - 7y - 4 = 0, \quad \Delta = 49 + 32 = 81$$

$$y = \frac{7 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{7 \pm 9}{4} = \begin{cases} 4 \\ -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Retta e parabola sono secanti,
i punti di intersezione sono:

$$A(7, 4) \quad \text{e} \quad B\left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}\right).$$

(Verificare con GeoGebra)

④

Per caso

Studiare p. 165 \rightarrow 167

Esercizi n. 176, 177, 178 p. 499